Auswertung Versuch 26:

Schallgeschwindigkeit

von: Jonas Schwer

am: 06.10.24

1. Einleitung

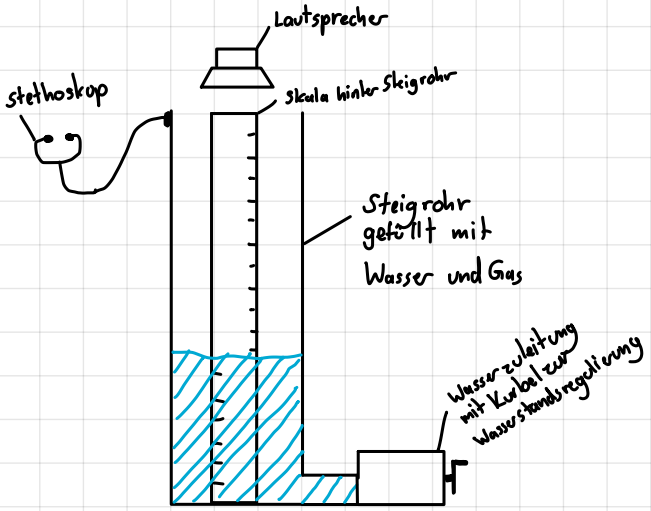
1.1 Motivation

In diesem Versuch wollen wir mit einem Quinckschen Rohr die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Schallwelle sowohl in Luft als auch in Kohlenstoffdioxid. Daraufhin wollen wir die Messung verifizieren, indem wir statt dem Rohr nun mit einer Laufzeitmessung auf die Schallgeschwindigkeit schließen.

1.2 Messaufbau

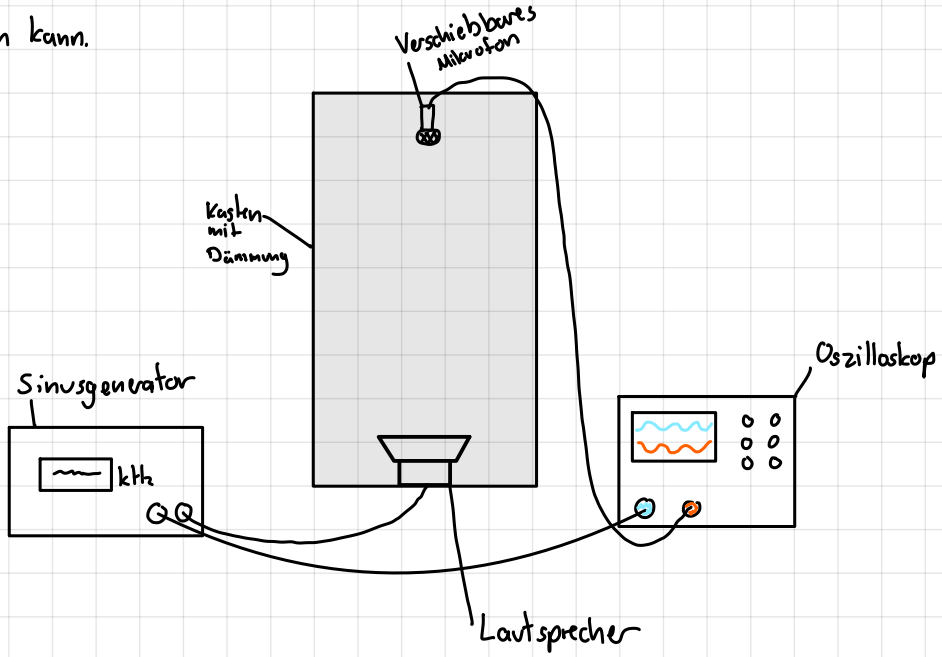
Wir werden uns in diesem Versuch mit 2 verschiedenen Versuchsaufbauten beschäftigen.

Der erste ist das so genannte Quinck'sche Rohr. Dieses besteht aus einer vertikal stehenden Röhre, welche bis zu einer gewissen Höhe mit Wasser gefüllt ist. Der Rest ist mit dem zu untersuchendem Gas gefüllt. Bei uns also Luft oder Kohlenstoffdioxid. Durch Kurbeln an einem Wasservorrat mit Leitung zum Rohr lässt sich die Höhe des Wasserspiegels regulieren.
An der oberen Öffnung des Rohres befindet sich ein Lautsprecher, welcher einen Ton mit bekannter Frequenz in das Rohr sendet. Mit einem Stethoskop können wir bestimmen, bei welchen Wasserständen die Lautstärke maximal/minimal ist.



Skizze 1: Versuchsaufbau Nr. 1

Im zweiten Versuch platzieren wir nun einen Lautsprecher auf den Boden eines Kasten mit Schalldämmung. Neben dem Kasten steht ein Sinusgenerator, welcher sowohl mit dem Lautsprecher, als auch mit einem Eingang eines Oszilloskops verbunden wird. Der andere Eingang des Oszilloskops wird mit einem Mikrofon verbunden. Dieses wird beweglich am anderen Ende des Kastens angebracht, sodass der Abstand zwischen Mikrofon und Lautsprecher variabel eingestellt werden kann.



Skizze 2: Versuchsaufbau Nr 2

1.3 Physikalische Grundlagen

Um diesen Versuch vollständig zu verstehen, müssen wir erst einige Grundlagen durchgehen.

In das Quinck'sche Rohr werden Schallwellen einer konstanten Frequenz in das Rohr gesendet, welche an der Wasseroberfläche wie an einem festen Ende reflektieren. Es entsteht also eine stehende Welle, die am Wasserspiegel einen Knoten hat. Wir wollen abhören, wann am oberen Ende des Rohres ein Lautstärke minima entsteht (also ein Knoten). Da diese bei einer stehenden Welle immer genau eine halbe Wellenlänge auseinander befinden, und ein Knoten am Wasserspiegel liegt, ergibt sich für die Höhe der Säule:

$$h = n\frac{\lambda}{2} \tag{1}$$

wobei $n \in \mathbb{N}_0$ ist, h die Höhe der Säule und λ die Wellenlänge.

Da wir n allerdings nicht kennen, messen wir immer die Differenzen zweier benachbarter Höhen. Also folgt:

$$h_{diff} = h_{n+1} - h_n = (n+1)\frac{\lambda}{2} - n\frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2} \tag{2}$$

Die Wellenlänge λ, die Frequenz f und die Ausbreitungsgeschwindigkeit c hängt folgendermaßen zusammen:

$$\lambda = \frac{c}{f} \tag{3}$$

setzen wir nun (3) in (2) ein, erhalten wir zur Berechnung von der Ausbreitungsgeschwindigkeit:

$$c = 2f\,h_{diff} \tag{4}$$

Bei dem zweiten Versuch hingegen nutzen wir eine Laufzeitmessung um auf die Geschwindigkeit der Welle zu schließen.

Das Signal des Sinusgenerator, welches sowohl mit dem Lautsprecher als auch mit dem ersten Eingang des Oszilloskops verbunden ist,

Lässt das Oszilloskop mit vernachlässigbar kleiner Verzögerung durch die Kabel das Signal des Lautsprechers anzeigen. Eingang 2 wurde mit dem Mikrofon verbunden und zeigt somit (auch nahezu instantan) die einfallende Welle an. Da diese den Abschnitt durch die Luft absolvieren muss, ist sie im Vergleich zum Sinusgenerator etwas verzögert. Die Verzögerung lautet:

$$\tau = \frac{L}{c} \tag{5}$$

wobei τ die Zeitverzögerung, L der Abstand zwischen Lautsprecher und Mikrofon und c die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist. Wenn wir nun Länge L so verändern, dass das Mikrofonsignal genau eine Periode weiterläuft, ist die Längendifferenz Δl genau λ. Nutzen wir nun Formel (3), können wir erneut die Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmen.

Unser beiden gemessenen Werte sind allerdings durch die Raumtemperatur beeinflusst worden. Um diese letztendlich auf den Wert bei Normalbedingungen zu bringen, nutzen wir folgende Formel:

$$c_0 = c \cdot \sqrt{\frac{T_0}{T}} \tag{6}$$

Wobei c die gemessene Schallgeschwindigkeit, T die Raumtemperatur und c_0 die Schallgeschwindigkeit bei Normalbedingungen ist. T_0 ist die Temperatur bei Normalbedingungen, also $T_0 = 273{,}15\,\mathrm{K}$.

Um die Schallgeschwindigkeit eines idealen Gases zu berechnen, kann man auch folgende Formel nutzen:

$$c = \sqrt{\frac{\kappa R T}{M_{mol}}} \tag{7}$$

Dabei ist κ der Adiabatenkoeffizient des Gases, R ist die Ideale Gaskonstante, T die Temperatur und M_{mol} die Molare Masse des Gases.

24.09.24

Harish Mahendran
Manuel Sorgenfrei
Jonas Schweer

2. Messprotokoll Versuch 26: Schallgeschwindigkeit

Messgeräte:

Aufbau 1:
- Steigrohr mit Stethoskop
- Ausgleichsgefäß für Wasser
- Lautsprecher an Sinusgenerator
- Gasflasche mit CO_2, Reduzierventil, Drucktastenventil und Zuführungsschläuche
- Streichhölzer

Aufbau 2:
- Oszillograph
- Sinusgenerator
- Lautsprecher
- Verschiebbares Mikrofon

Messfehler:

Ablesefehler Skala im Steigrohr: $\Delta h = \pm 0{,}10\,cm$

Frequenzgenerator: $\Delta f = \pm 1{,}0\,Hz$

Raumtemperatur: $\Delta T = \pm 0{,}5\,°C$

Ablesefehler Skala bewegliches Mikrofon: $\Delta L = \pm 0{,}10\,cm$

Ablesegenauigkeit Oszilloskopzeit: $\Delta T = \pm 2{,}5\,\mu s$

Ablesegenauigkeit Luftdruck: $\Delta p = \pm 0{,}20\,mbar$

Versuchsaufbau 1:

Messung 1:

Wir schalten den Lautsprecher über dem Steigrohr an und variieren die Wasserhöhe. mit dem Stethoskop hören wir auf Lautstärkeminimas und notieren für jedes die Höhen des Steigrohrs. Die Frequenz des Tons ist $f = (2{,}0000 \pm 0{,}0010)\,kHz$

Wir führen die Messreihe 2x durch.

Minima Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Wasserhöhe Messreihe 1 [cm]	98,60	90,05	81,40	72,60	64,20	55,55	47,00	38,25	29,65	21,05
Wasserhöhe Messreihe 2 [cm]	98,70	90,15	81,35	72,65	64,15	55,70	47,20	38,50	29,65	21,10

Fehler Wasserhöhe: $\pm 0{,}1\,cm$

Tabelle 1: Messung der Lautstärkeminima bei Luftgefülltem Rohr

Messung 2

Wir befüllen das Rohr nun mit CO_2. Der Frequenzgenerator bleibt bei 2kHz und wir führen die selben Messungen erneut durch:

Minima Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Wasserhöhe Messreihe 1 [cm]	93,70	86,80	79,90	72,90	66,50	59,60	53,00	46,10	39,20	32,25
Wasserhöhe Messreihe 2 [cm]	93,65	86,70	79,80	72,50	66,40	59,80	53,10	46,05	39,05	32,30

Fehler Wasserhöhe: $\pm 0{,}1\,cm$

Tabelle 2: Messung der Lautstärkeminima bei CO_2-gefüllten Rohr

Die Raumtemperatur beträgt: $T = (24{,}0 \pm 0{,}5)°C$

Der Luftdruck ist: $p = (994{,}50 \pm 0{,}20)\,mbar$

Versuchsaufbau 2:

Wir schließen den Frequenzgenerator sowohl an das Oszilloskop an, als auch an den Lautsprecher. Den Ausgang des Mikrofons schließen wir an Eingang 2 des Oszilloskops an. Wir verschieben das Mikrofon, bis beide Wellen wieder genau überlappen. Wir notieren die Abstände:

Messung Nr:	1	2	3	4	5	6	7
Abstand (cm)	25,85	22,4	18,9	15,4	11,9	8,4	4,9

Messfehler Abstand: $\Delta L = \pm 0{,}10$ cm

Tabelle 3: Abstand Lautsprecher, bei dem Lautsprecher und Mikrofon in Phase sind.

Wir lesen nun die Zeit für eine Periode vom Oszilloskop ab, indem wir die Kästchen zählen und sie mit der Skala umrechnen

$$T = 5 \cdot 20\,\mu s = 100{,}0\,\mu s$$

$$\Delta T = \pm 0{,}5\,\mu s$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{T} = 10000\ Hz$$

$$\Delta f = \frac{1}{T^2}\,\Delta T = 50\ Hz$$

Noch
24.09.24

3. Auswertung

Aufgabe 1: Auswertung des Quinck'schen Rohrs und vergleich mit idealer Gasrechnung.

Um Formel (4) nutzen zu können und damit die Schallgeschwindigkeit berechnen zu können, ist es sinnvoll alle Höhendifferenzen benachbarter Minima tabellarisch aufzutragen:

Tabelle 4: Höhendifferenzen Messreihe 1

Differenz Messung	Δh Luft [cm]	Δh CO_2 [cm]
1;2	8,55	6,90
2;3	8,65	6,90
3;4	8,80	7,00
4;5	8,40	6,40
5,6	8,65	6,90
6;7	8,55	6,60
7;8	8,75	6,90
8;9	8,60	6,90
9;10	8,60	6,95

Tabelle 5: Höhendifferenzen Messreihe 2

Differenz Messung	Δh Luft [cm]	Δh CO_2 [cm]
1;2	8,55	6,95
2;3	8,80	6,90
3;4	8,70	7,30
4;5	8,50	6,10
5,6	8,45	6,60
6;7	8,50	6,70
7;8	8,70	7,05
8;9	8,85	7,00
9;10	8,55	6,75

Aus diesen Tabellen lassen sich sowohl die mittlere Höhendifferenz als auch die mittlere Abweichung des Mittelwerts berechnen:

$\bar{h}_{diff,Luft} = 8,62\ cm$

$\Delta h_{diff,Luft} = 0,13\ cm$

$\Rightarrow h_{diff,Luft} = (8,62 \pm 0,13)\ cm$

$\bar{h}_{diff,CO_2} = 6,82\ cm$

$\Delta h_{diff,CO_2} = 0,27\ cm$

$\Rightarrow h_{diff,CO_2} = (6,82 \pm 0,27)\ cm$

Setzen wir dieses Ergebnis nun in (4) ein erhalten wir:

$$c_{Luft} = 2 f h_{diff,Luft} = 344,8 \frac{m}{s}$$

$$c_{CO_2} = 2 f h_{diff,CO_2} = 272,8 \frac{m}{s}$$

Der Fehler berechnet sich nach Gauss als:

$$\Delta c = c \sqrt{\left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h_{diff}}{h_{diff}}\right)^2} \qquad (8)$$

Also: $\Delta c_{Luft} = 5 \frac{m}{s}$

$$\Delta c_{CO_2} = 10 \frac{m}{s}$$

Es folgt als Ausbreitungsgeschwindigkeit:

$$c_{Luft} = (345 \pm 5) \frac{m}{s}$$

$$c_{CO_2} = (273 \pm 10) \frac{m}{s}$$

Bringen wir diese nun mit Formel (6) auf den Wert bei Standardbedingungen, erhalten wir:

$$c_{0,Luft} = 330,77 \frac{m}{s}$$

$$c_{0,CO_2} = 261,74 \frac{m}{s}$$

Der Fehler mit Gauss ist:

$$\Delta c_0 = c_0 \sqrt{\left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T}\right)^2} \qquad (9)$$

also: $\Delta c_{0,Luft} = 5 \frac{m}{s}$

$$\Delta c_{0,CO_2} = 10 \frac{m}{s}$$

Es ergibt sich für die Schallgeschwindigkeit bei Normalbedingungen also:

$$c_{0,Luft} = (331 \pm 5) \frac{m}{s}$$

$$c_{0,CO_2} = (262 \pm 10) \frac{m}{s}$$

Nun wollen wir noch mit Formel (7) die Ausbreitungsgeschwindigkeit berechnen. Nutzen wir für κ und M_{md} die im Skript vorgegebenen Werte

(Luft: $\kappa = 1{,}4$; $M_{mol} = 29 \frac{g}{mol}$ & CO_2: $\kappa = 1{,}3$; $M_{mol} = 44 \frac{g}{mol}$) und nutzen für $R = 8{,}3144598 \frac{J}{mol \cdot K}$

(Quelle: Eingespeicherter Wert im TI-30X Plus Taschenrechner), so erhalten wir:

$$c_{Luft} = 345{,}35 \frac{m}{s}$$

$$c_{CO_2} = 270{,}18 \frac{m}{s}$$

Laut Gaußscher Fehlerfortpflanzung ergibt sich:

$$\Delta c = c \frac{\Delta T}{2T}$$

also:

$$\Delta c_{Luft} = 0{,}29 \frac{m}{s}$$

$$\Delta c_{CO_2} = 0{,}23 \frac{m}{s}$$

Somit ist der errechnete Wert:

$$c_{Luft} = (345{,}35 \pm 0{,}29) \frac{m}{s}$$

$$c_{CO_2} = (270{,}18 \pm 0{,}23) \frac{m}{s}$$

mit $T = T_0$:

$$c_{0,Luft} = (331{,}12 \pm 0{,}10) \frac{m}{s}$$

$$c_{0,CO_2} = (259{,}04 \pm 0{,}10) \frac{m}{s}$$

(keine fehlerbehaftete Größe, also Fehler die Anzahl Nachkommastellen.

Letztendlich berechnen wir noch sowohl für die gemessenen, als auch für den errechneten Werte das Verhältnis $c_{ver} = \frac{c_{Luft}}{c_{CO_2}}$ berechnen mit dem Fehler nach Gauß von: $\Delta c_{ver} = c_{ver} \sqrt{\left(\frac{\Delta c_{Luft}}{c_{Luft}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c_{CO_2}}{c_{CO_2}}\right)^2}$

Wir erhalten:

Gemessen: $c_{ver} = 1{,}26 \pm 0{,}05$

Berechnet: $c_{ver} = 1{,}2782 \pm 0{,}0015$

Aufgabe 2: Auswertung der Laufzeitmessung

Wir wissen bereits, dass der Abstand zwei benachbarten Mikrofonpositionen gerade einmal die Wellenlänge ist. Mitteln wir also die Differenzen und berechnen den mittleren Fehler des Mittelwerts, können wir das Ergebnis in Formel (3) einsetzen.

Tabelle 6: Differenzen Aufbau 2

Differenz Messungen	$\Delta L = \lambda$ [cm]
1;2	3,45
2;3	3,50
3;4	3,50
4;5	3,50
5;6	3,50
6;7	3,50

Wir berechnen: $\bar{\lambda} = 3{,}492\,\text{cm}$

$\Delta\lambda = 0{,}020\,\text{cm}$

Unsere Wellenlänge ist also:

$$\lambda = (3{,}492 \pm 0{,}020)\,\text{cm}$$

Nutzen wir Gauß (Überraschung) um den Fehler von Formel (3) nach c umgestellt zu berechnen, erhalten wir:

$$\Delta c = c\sqrt{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \qquad (10)$$

Unser c ist also:

$$c = (349{,}2 \pm 2{,}7)\,\frac{m}{s}$$

Mit (6) auf $T_0 = 273{,}15\,K$ umgerechnet und (9) für den Fehler genutzt, ergibt: $c_0 = (335 \pm 12)\,\frac{m}{s}$

4. Zusammenfassung und Diskussion

Zusammenfassend haben wir bei diesem Versuch die Schallgeschwindigkeit sowohl in Luft als auch in CO_2 durch das nutzen eines Quinckschen Rohrs bestimmt. Des weiteren haben wir unseren Wert für die Schallgeschwindigkeit verifizieren wollen, indem wir eine Laufzeitmessung durchgeführt haben. Zuletzt haben wir noch durch die Formel für die Schallgeschwindigkeit in idealen Gasen einen Vergleichswert erhalten können. Die Ergebnisse werden in folgenden Tabellen notiert:

Tabelle 7: Ergebnisse Luft

	Raumtemperatur	T = 0°C
Quinckschos Rohr	$c = (345 \pm 5)\ \frac{m}{s}$	$c_0 = (331 \pm 5)\ \frac{m}{s}$
Laufzeitmessung	$c = (349,2 \pm 2,7)\ \frac{m}{s}$	$c_0 = (335 \pm 12)\ \frac{m}{s}$
Ideale Gas-Rechnung	$c = (345,35 \pm 0,29)\ \frac{m}{s}$	$c_0 = (331,12 \pm 0,10)\ \frac{m}{s}$

Tabelle 8: Ergebnisse CO_2

	Raumtemperatur	T = 0°C
Quinckschos Rohr	$c = (273 \pm 10)\ \frac{m}{s}$	$c_0 = (262 \pm 10)\ \frac{m}{s}$
Ideale Gas-Rechnung	$c = (270,18 \pm 0,23)\ \frac{m}{s}$	$c_0 = (259,04 \pm 0,10)\ \frac{m}{s}$

Tabelle 9: Verhältnisse

	$\frac{c_{Luft}}{c_{CO_2}}$
Quinckesches Rohr	$1,26 \pm 0,05$
Ideale Gasrechnung	$1,2782 \pm 0,0015$

Vergleichen wir nun die Werte für die Schallgeschwindigkeit in Luft, erhalten wir zwischen c im Quinckschen Rohr und der Idealen Gasrechnung eine Sigma-Abweichung von 0,07. Vergleichen wir die gleichen Werte für $T_0 = 273,15K$, erhalten wir eine 0,024-Abweichung

Verglichen wir nun Ideale Gasrechnung mit der Laufzeitmessung, erhalten wir für Raumtemperatur eine 1,4-Sigma Abweichung und für $T_0 = 273,15K$ eine 0,3 Abweichung.

Vergleichen wir anschließend die erhaltenen Werte für Kohlenstoffdioxid bei Raumtemperatur erhalten wir eine Abweichung von 0,28 und bei T_0 eine 0,3 - Abweichung. Die Verhältnisse weisen eine 0,4- Sigma Abweichung auf.

Es fällt auf, dass vor Allem unsere Messung mit dem Quinck'schen Rohr besonders nah an dem berechneten Wert für Ideale Gase liegt. Die Abweichungen befinden sich alle unter 0,5 sigma. Lediglich bei der Laufzeitmessung trat eine größere Abweichung auf, jedoch war diese auch nicht signifikant.
Die größere Abweichung der Laufzeit lässt sich vermutlich dadurch erklären, dass die Zeit gegen Ende doch etwas knapp wurde, und wir so ungewollt automatisch unsauberer gearbeitet haben. Auch haben wir bei ihr wenigere Messwerte aufgenommen, von denen viele gleich waren und so den Fehler künstlich verkleinert und die Abweichung erhöht haben.
Alles in Allem bin ich aber doch sehr zufrieden Mit unseren Messungen. Keine Abweichung ist signifikant und die meisten sind sehr klein. Das weist darauf hin, dass unsere Werte vermutlich sehr nah am Echtwert lagen.
Bei einer erneuten Messung würde ich besonders für die Laufzeitmessung mehr Zeit einplanen, sodass man ohne zu eilen vielleicht sogar mehrere Messreihen aufnehmen kann und der Wert akkurater wird.